

Convergence results for the optimal pairs

We focus on the dependence of the optimal pairs of problems Q_1 and Q_2 with respect to the data g and f , respectively.

We start with the study of **Problem Q_1** and, to this end, we work on the hypothesis of Theorem 3. Let g_n be a perturbation of g , denote $K_n = g_n K$ and consider the following perturbation of **Problem \mathcal{P}** .

Problem \mathcal{P}_n . Given $f \in Y$ and $g_n > 0$, find $u_n \in K_{g_n}$ such that

$$\begin{aligned} (Au_n, v - u_n) + \varphi(u_n, v) - \varphi(u_n, u_n) + j^0(u_n; v - u_n) \\ \geq (f, \pi v - \pi u_n)_Y \quad \forall v \in K_{g_n}. \end{aligned}$$





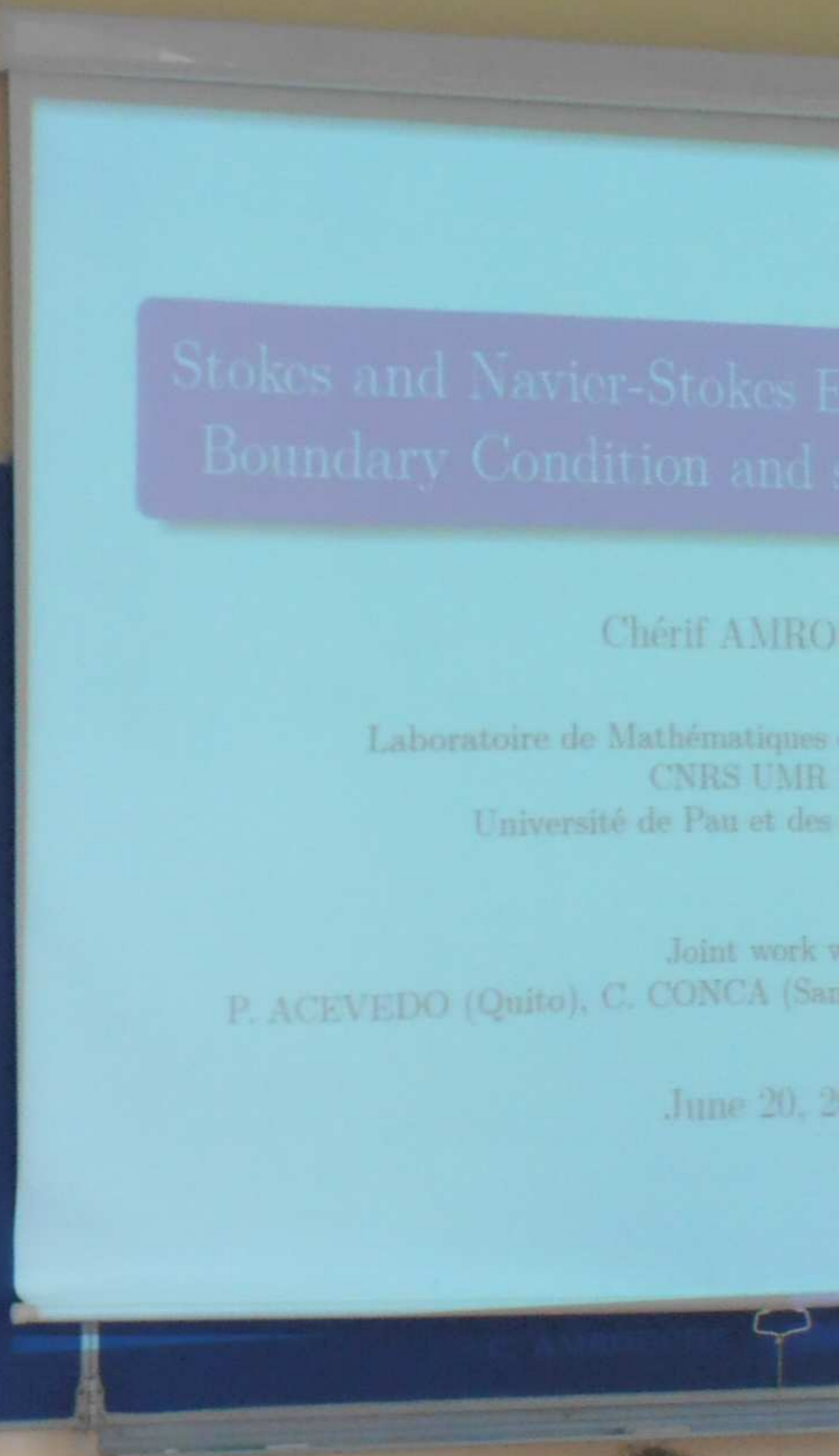
Stokes and Navier-Stokes E Boundary Condition and s

Chérif AMRO

Laboratoire de Mathématiques
CNRS UMR
Université de Pau et des

Joint work
P. ACEVEDO (Quito), C. CONCA (San

June 20, 2





Une classe d'inéquations variationnelles implicites et applications à des problèmes quasistatiques de contact

Marius Cocou^{1,2}

¹Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique CNRS

²Faculté des Sciences, Université d'Aix-Marseille

Workshop FBP 2017 - Mathematical Problems with
Subdifferential Condition
Université Jean Monnet, Saint-Etienne, 20 - 21 Juin 2017

FBP 2017 Mathematical Problems with Subdifferential Condition



Inertial dynamical systems with vanishing damping.
Fast algorithms for nonsmooth convex optimization.

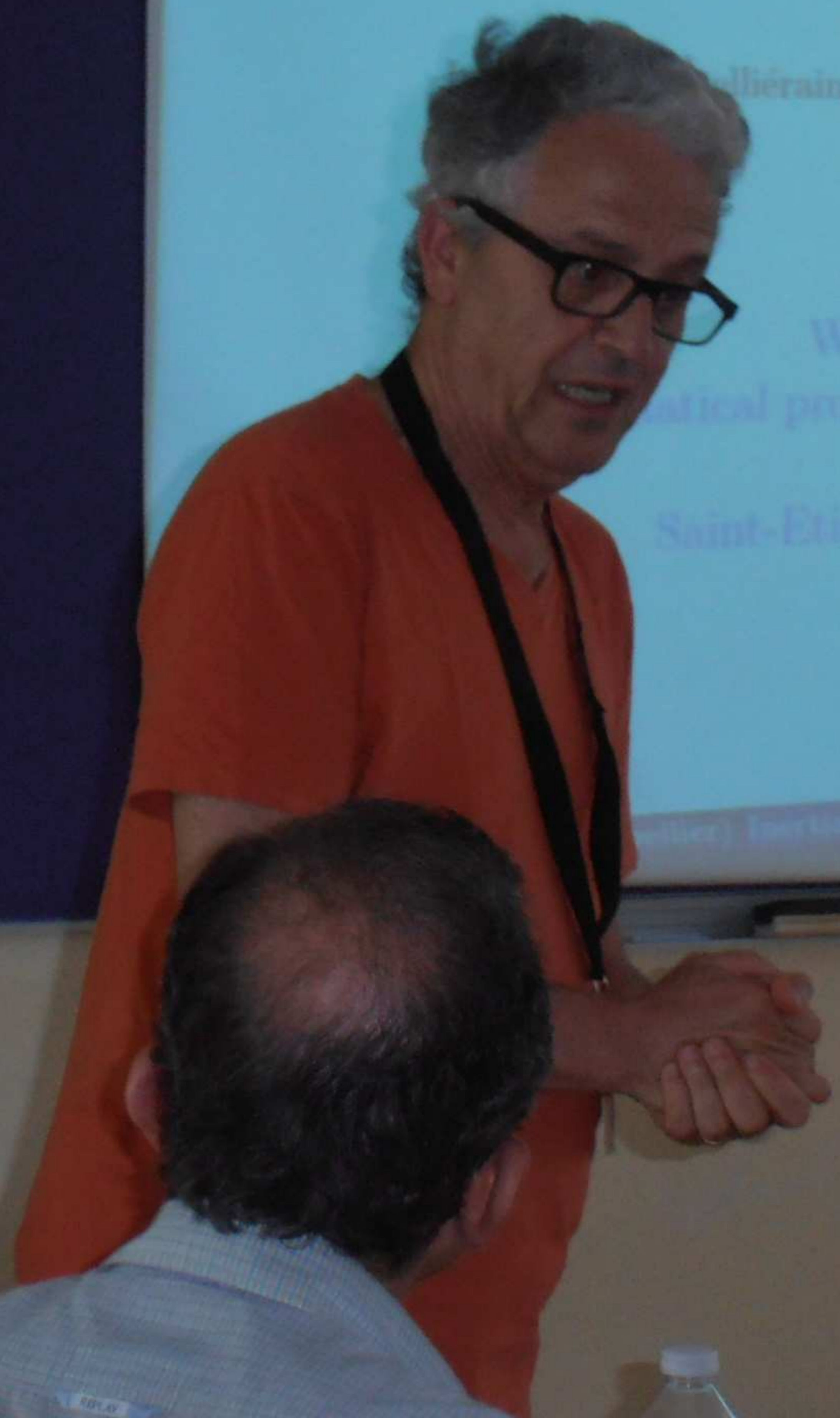
Hedy ATTOUCH

Université Montpellier
Méditerranéenne Alexander Grothendieck, UMR CNRS 5149

Workshop "FBP 2017"
Mathematical problems with subdifferential condition
Saint-Etienne (Faculté des Sciences).

20-21 juin 2017

Inertial dynamical systems with vanishing damping



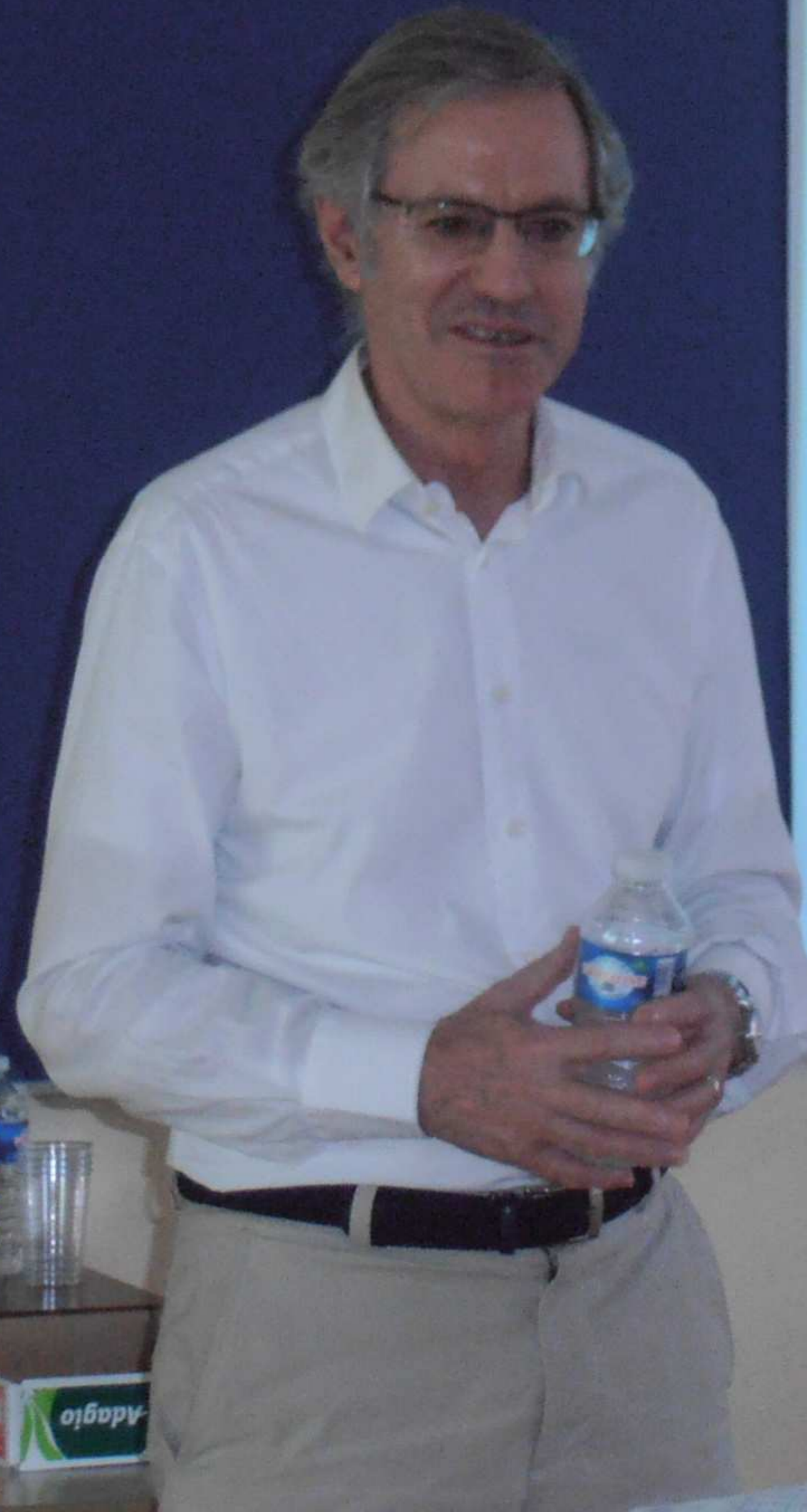
Inertial dynamical systems with vanishing
Fast algorithms for nonsmooth convergence

Hedy ATTOUCH

Université Montpellier
Institut Montpelliérain Alexander Grothendieck, UMR

Workshop "FBP 2017"
Mathematical problems with subdifferential
Saint-Etienne (Faculté des Sciences)

20-21 juin 2017









dimension **INSA**

version du théorème de Cauchy-Lipshitz est démontrée
Le théorème de Cauchy durant la première moitié du XIX^{ème} siècle, à
l'époque il s'agissait d'approximation découverte par Leonhard Euler
et son prédécesseur, Rudolf Lipschitz généralisa l'énoncé en élargissant
un peu le classe des équations, qui s'y rapportent. Le théorème n'est
resté pas vraiment un résultat d'actualité locale.

Hypothèses

- $T > 0$
- $f: [0, T] \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ continue
- f et ses dérivées partielles sont continues
- f et ses dérivées partielles sont bornées

$y' = f(t, y)$ avec $y(0) = y_0$

$y(t) = y_0 + \int_0^t f(s, y(s)) ds$

INSA

INSA

Modelling Soft Matter Rheological Behavior

1.1 Continuum Theory: Example of constitutive equation

$$\sigma = \eta \dot{\gamma}$$

1.2 Kinetic Theory: Example of a general constitutive equation

$$\sigma = \eta \dot{\gamma} + \lambda \frac{d\sigma}{dt}$$

1.3 The Oldroyd-B model: Example of a constitutive equation

$$\sigma = \eta \dot{\gamma} + \lambda \frac{d\sigma}{dt} - \lambda \sigma \frac{d}{dt}$$

1.4 The Giesekus model: Example of a constitutive equation

$$\sigma = \eta \dot{\gamma} + \lambda \frac{d\sigma}{dt} - \lambda \sigma \frac{d}{dt} + \alpha \sigma \frac{d\sigma}{dt}$$

1.5 The FENE-P model: Example of a constitutive equation

$$\sigma = \eta \dot{\gamma} + \lambda \frac{d\sigma}{dt} - \lambda \sigma \frac{d}{dt} + \alpha \sigma \frac{d\sigma}{dt} - \beta \sigma^2$$

1.6 The Rolin model: Example of a constitutive equation

$$\sigma = \eta \dot{\gamma} + \lambda \frac{d\sigma}{dt} - \lambda \sigma \frac{d}{dt} + \alpha \sigma \frac{d\sigma}{dt} - \beta \sigma^2 + \gamma \sigma \frac{d\sigma}{dt}$$

1.7 The Rolin model: Example of a constitutive equation

$$\sigma = \eta \dot{\gamma} + \lambda \frac{d\sigma}{dt} - \lambda \sigma \frac{d}{dt} + \alpha \sigma \frac{d\sigma}{dt} - \beta \sigma^2 + \gamma \sigma \frac{d\sigma}{dt} + \delta \sigma \frac{d^2\sigma}{dt^2}$$

1.8 The Rolin model: Example of a constitutive equation

$$\sigma = \eta \dot{\gamma} + \lambda \frac{d\sigma}{dt} - \lambda \sigma \frac{d}{dt} + \alpha \sigma \frac{d\sigma}{dt} - \beta \sigma^2 + \gamma \sigma \frac{d\sigma}{dt} + \delta \sigma \frac{d^2\sigma}{dt^2} + \epsilon \sigma \frac{d^3\sigma}{dt^3}$$

1.9 The Rolin model: Example of a constitutive equation

$$\sigma = \eta \dot{\gamma} + \lambda \frac{d\sigma}{dt} - \lambda \sigma \frac{d}{dt} + \alpha \sigma \frac{d\sigma}{dt} - \beta \sigma^2 + \gamma \sigma \frac{d\sigma}{dt} + \delta \sigma \frac{d^2\sigma}{dt^2} + \epsilon \sigma \frac{d^3\sigma}{dt^3} + \zeta \sigma \frac{d^4\sigma}{dt^4}$$

1.10 The Rolin model: Example of a constitutive equation

$$\sigma = \eta \dot{\gamma} + \lambda \frac{d\sigma}{dt} - \lambda \sigma \frac{d}{dt} + \alpha \sigma \frac{d\sigma}{dt} - \beta \sigma^2 + \gamma \sigma \frac{d\sigma}{dt} + \delta \sigma \frac{d^2\sigma}{dt^2} + \epsilon \sigma \frac{d^3\sigma}{dt^3} + \zeta \sigma \frac{d^4\sigma}{dt^4} + \eta \sigma \frac{d^5\sigma}{dt^5}$$

Equations différentielles à coefficients de dimension différentielle négative

Arnaud POISSON

Un théorème, deux mathématiciens

Une propriété centrale du théorème de Cauchy-Lipschitz est démontrée par Augustin-Louis Cauchy à l'aide de la propriété positive du zéro locale, et par Karl Weierstrass à l'aide d'une technique d'approximation successive par Cauchy-Lipschitz en une seule position. Rudolf Lipschitz généralise l'énoncé en démontrant un cas le plus général des résultats qui s'y rapportent. Le théorème est validé par un résultat plus récemment en matière d'existence locale.

Le problème de Cauchy-Lipschitz

Étant donné un point (t_0, y_0) sur le domaine de Cauchy-Lipschitz pour l'équation $M' = f(t, M)$.

- On suppose que f est continue et bornée sur tout le domaine de Cauchy-Lipschitz.
- On suppose que f est localement Lipschitz continue par rapport à M .
- On suppose que f est localement Lipschitz continue par rapport à t .

Hypothèses

- f est continue et bornée sur tout le domaine de Cauchy-Lipschitz.
- f est localement Lipschitz continue par rapport à M .
- f est localement Lipschitz continue par rapport à t .

Théorème (voir [1], [2] et [3]) Soit (t_0, y_0) un point du domaine de Cauchy-Lipschitz pour l'équation $M' = f(t, M)$.

$$M(t) = y_0 + \int_{t_0}^t f(s, M(s)) ds$$

Alors, il existe une unique solution locale $M(t)$ de l'équation $M' = f(t, M)$ passant par (t_0, y_0) .

Justification des conditions fonctionnelles

Considérons le problème suivant:

$$M' = f(t, M)$$

avec $M(t_0) = y_0$.

- On suppose que f est continue et bornée sur tout le domaine de Cauchy-Lipschitz.
- On suppose que f est localement Lipschitz continue par rapport à M .
- On suppose que f est localement Lipschitz continue par rapport à t .

Conclusion (voir [1], [2] et [3]) Soit (t_0, y_0) un point du domaine de Cauchy-Lipschitz pour l'équation $M' = f(t, M)$.

$$M(t) = y_0 + \int_{t_0}^t f(s, M(s)) ds$$

Alors, il existe une unique solution locale $M(t)$ de l'équation $M' = f(t, M)$ passant par (t_0, y_0) .



Les erreurs en fonction de ϵ sont

$$|e_n| \leq C \epsilon^{\alpha} \ln \frac{1}{\epsilon}$$

Corrections des erreurs

Correction par plaquage des profils

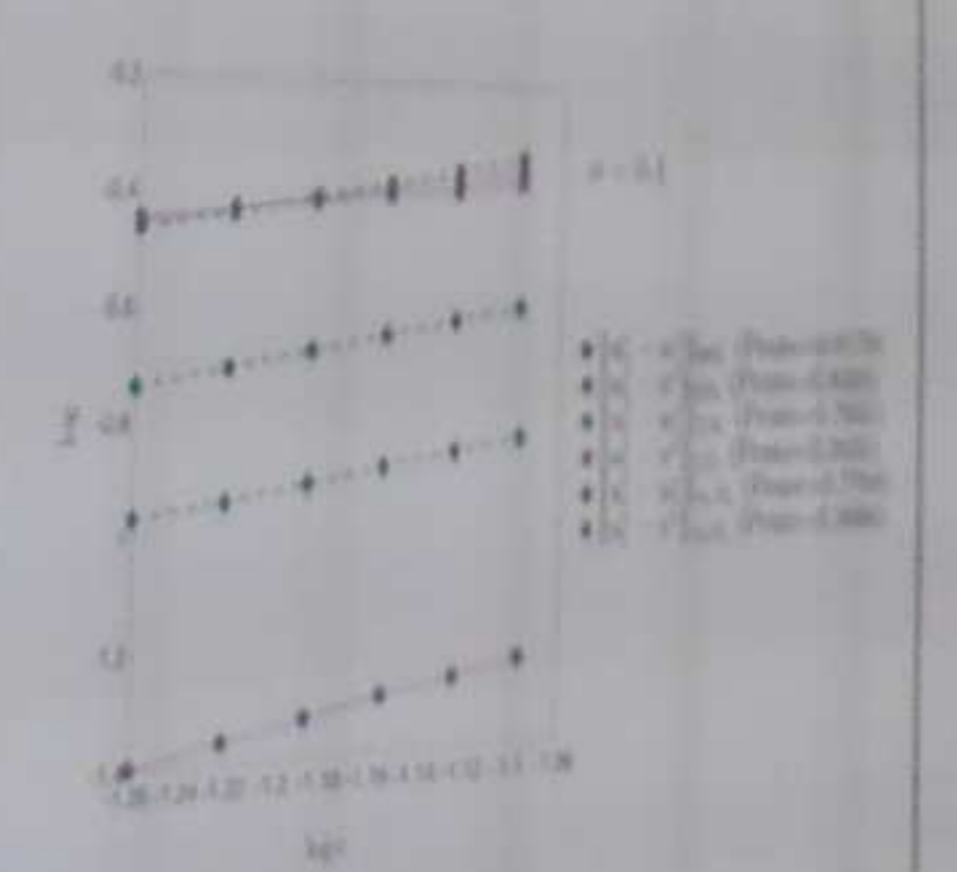
→ **Problème** : faible ordre de convergence des erreurs H^1 et L^2 sans ϵ^2 et ϵ^3 à cause de la différence entre Ω et Ω^ϵ
→ **Idée** : on approche Ω^ϵ par le début de son DA.

$$u_n^\epsilon = u_n + \sum_{j=1}^n \epsilon^{\alpha_j} \chi_j(\frac{\cdot}{\epsilon}) \psi_j(\frac{\cdot}{\epsilon})$$

Les estimations d'erreurs étant

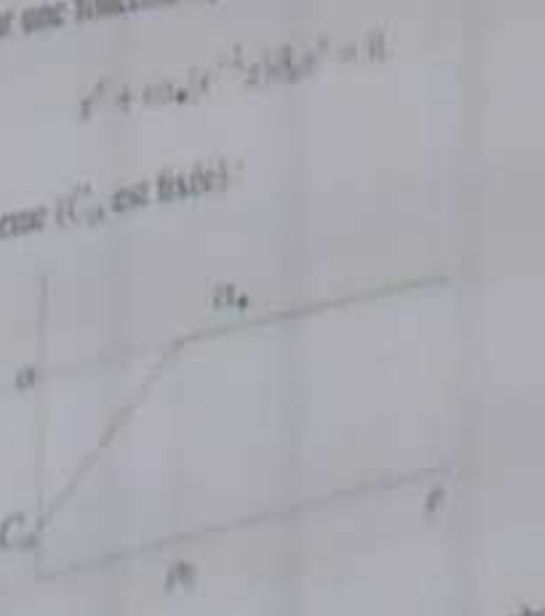
$$|e_n^\epsilon| \leq C \epsilon^{\alpha} \ln \frac{1}{\epsilon} \text{ et } |e_n^\epsilon| \leq C \epsilon^{\beta}$$

→ **Inconvénients** : il faut calculer χ_j et ψ_j
→ **Intérêts** : Tous ces termes peuvent être calculés indépendamment de ϵ .



Conditions d'impédance à coefficient variable

→ **Problème** : l'ordre de convergence de l'erreur L^2 entre u^ϵ et u provient de la différence entre Ω et Ω^ϵ
→ **Idée** : avoir α en remplaçant la constante α dans la condition d'impédance par une fonction α_ϵ



Résultat : il existe $\mu_0 \in \mathbb{R}_+$, indépendant du second membre de (2), tel que

Ce μ_0 est obtenu à partir de l'étude des profils. On observe, pour $\epsilon < \mu_0$, une augmentation du taux de convergence L^2 de 1 à un peu près $\frac{1}{2}$, ce qui est prévu théoriquement.



Profil
Définitions

On appelle profil de couche la fonction ψ définie sur \mathbb{R}^n par

$$\Delta \psi = 0 \text{ dans } \mathbb{R}^n, \psi = 0 \text{ sur } \partial \Omega$$

On appelle profil de couche de Dirichlet la fonction ψ définie sur \mathbb{R}^n par

$$\Delta \psi = 0 \text{ dans } \mathbb{R}^n, \psi = 1 \text{ sur } \partial \Omega$$

On appelle profil de couche de Neumann la fonction ψ définie sur \mathbb{R}^n par

$$\Delta \psi = 0 \text{ dans } \mathbb{R}^n, \frac{\partial \psi}{\partial \nu} = 1 \text{ sur } \partial \Omega$$

On peut alors dire que l'approximation de u^ϵ par u est meilleure que l'approximation de u^ϵ par $u + \epsilon \psi$ si $\epsilon < \mu_0$.

De même pour ψ , l'approximation de u^ϵ par $u + \epsilon \psi$ est meilleure que l'approximation de u^ϵ par $u + \epsilon \psi + \epsilon^2 \psi^2$ si $\epsilon < \mu_0$.

On peut alors dire que l'approximation de u^ϵ par $u + \epsilon \psi$ est meilleure que l'approximation de u^ϵ par $u + \epsilon \psi + \epsilon^2 \psi^2$ si $\epsilon < \mu_0$.

Cela permet d'obtenir la valeur de la constante μ_0 qui dépend de la géométrie de Ω et du coefficient de diffusion α .

Cela permet d'obtenir la valeur de la constante μ_0 qui dépend de la géométrie de Ω et du coefficient de diffusion α .





