Titre: Addition et mesure d'ensembles d'entiers naturels.

Résumé: Une sorte de "mesure" d'une partie A de $\mathbf{N} := \{0, 1, 2, \ldots\}$ est sa *densité asymptotique* (ou *naturelle*)

$$dA := \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n} |A \cap [1, n]| \ \in [0, 1]$$

si cette limite existe; sinon, nous pouvons considérer comme "mesure" de A la limite inférieure (ou la limite supérieure) de la même suite.

La *somme* de deux parties A et B de $\mathbf{N}$ est définie par

$$A + B := \{a + b \ ; a \in A, \ b \in B\}.$$

Nous soulevons quelques questions (et nous répondrons à certaines parmi elles) concernant l'existence de parties A et B de $\mathbf{N}$, chacune ayant au moins deux éléments, telles que la densité $d(A + B)$ ait une valeur donnée.

Travail en cours d'A. Faisant, G. Grekos, R. K. Pandey et S. T. Somu.

Pré-requis: La notion de *limite* d'une suite réelle (bornée; à valeurs entre 0 et 1). En fait, comme une telle suite possède une limite si et seulmement si ses limites *inférieure* et *supérieure*, qui existent toujours, sont égales, je me servirai beaucoup pendant l'exposé des limites inférieure et supérieure. Je rappellerai leur définition au tout début.