

Sujets Hippocampe 24-37 juin 2024.

1 Suite logistique (Feigenbaum) (Encadrant : F. Chardard)

Que peut-on dire des valeurs d'adhérence de la suite récurrente $x_{n+1} = \lambda x_n(1 - x_n)$ avec $\lambda \in [0, 4]$ et $x_0 \in [0, 1]$?

2 Codes correcteurs (Encadrant : F. Chardard)

Lors de la transmission d'informations, des erreurs accidentelles peuvent survenir. L'utilisation de codes correcteurs peut permettre de remédier à ce problème. Quelle est la redondance minimale faut-il introduire pour pouvoir corriger un certain taux d'erreur? Comment réaliser un code correcteur ?

3 Sur la conjecture de Goldbach (D. Essouabri)

En 1742, Christian Goldbach a conjecturé dans une lettre envoyée à Euler que tout nombre entier pair supérieur à 3 peut s'écrire comme la somme de deux nombres premiers. Même si des avancées très importantes ont été faites, cette conjecture très difficile reste encore ouverte. Le but de ce sujet est d'établir des versions plus faibles et non triviales de cette conjecture.

4 Séries divergentes (Encadrant : D. Essouabri)

Si votre professeur écrit l'égalité suivante $1 + 2 + 3 + \dots = -1/12$, vous allez probablement le traiter de vieux gâteux ! Et pourtant cette égalité insensée est utilisée pour expliquer certains phénomènes physiques comme l'effet Casimir. Le but de ce stage est d'étudier la méthode de sommation zêtaïque qui permet de donner un sens rigoureux aux séries divergentes $\sum_{n=1}^{+\infty} n^p$ ($p \in \mathbb{N}$).

5 Dobble (Encadrant : D. Essouabri)

Dobble se joue avec des cartes comportant le même nombre de symboles. A un moment donnée, deux cartes sont retournées. Le premier qui trouve le symbole commun gagne. Les cartes d'un jeu de Dobble doivent donc être de telle sorte qu'il y ait exactement un symbole en commun pour chaque paire de cartes. Si il y a n symboles sur chaque carte:

-Quel est le nombre maximal de cartes contiendrait le jeu de Dobble ?

Quel serait alors le nombre minimal de symboles différents ?

-Pourriez-vous donner une méthode géométrico-algébrique pour réaliser un tel jeu?

6 Etude des décimales de $1/p$ avec p premier (Encadrant O. Gipouloux)

Période maximale, divisibilité, $\frac{p+1}{2}$ -ième décimale...

7 Amidakuji (Encadrant : O. Gipouloux)

Affectation à l'aveugle(?) de n tâches pour n participant: qu'est ce qui se cache derrière ce petit diagramme, Comment forcer le destin? algorithmes de construction...

8 Les mystères des tables de multiplication (Encadrant : M. Munsch)

Tous les enfants apprennent à l'école les tables de multiplication jusqu'à 10. Si on écrit tous les nombres compris entre 1 et 100, combien obtient-on d'entrées distinctes dans la table? Et pour les tables d'entiers inférieurs à 100? Etc. On verra que cette question d'apparence anodine est liée à des problèmes de recherche actuels en théorie des nombres.

9 Les nombres premiers préfèrent souvent commencer par 1 (Encadrant : M. Munsch)

Depuis Euclide, on sait qu'il existe une infinité de nombres premiers. En observant la liste des nombres premiers, on se rend compte qu'une proportion plus importante de ces nombres commence par 1 dans leur écriture décimale. Peut-on montrer qu'il y a une infinité de tels nombres? Quelle est la "probabilité" qu'un nombre premier tiré au hasard commence par 1? On essaiera de donner un sens à ces questions et d'y apporter des réponses.

10 Problème des 100 prisonniers (Encadrant : S. Rutard)

100 prisonniers identifiés par un unique numéro entre 1 et 100 ont été condamnés à mort. Pour avoir la vie sauve, ils doivent réussir une épreuve organisée par le gardien de prison. Celui-ci a disposé dans un hall 100 boîtes dans lesquelles il y a aléatoirement les 100 numéros des prisonniers. Après s'être concertés sur une stratégie, les prisonniers doivent entrer chacun leur tour dans le hall pour ouvrir 50 boîtes parmi les 100, puis les refermer ensuite. Ils auront tous la vie sauve si chaque prisonnier trouve son numéro dans une des boîtes. Ils n'ont pas le droit de communiquer avec les autres prisonniers après le début de l'épreuve. Déterminer une stratégie afin de maximiser leurs chances de survie. On pourra réfléchir au même problème avec $2n$ prisonniers, et estimer la probabilité de survie pour n grand.

11 Pile ou face - Ruine du joueur (Encadrant : J. Tugaut)

Dans ce stage, on tire à pile ou face avec une pièce non nécessairement équilibrée et on souhaite atteindre la fortune (une somme fixée au départ et plus grande que la mise initiale). Mais, on risque d'atteindre 0, c'est-à-dire la ruine si l'on perd trop. Quelle est la probabilité d'obtenir la fortune? Celle de se ruiner? Et, au bout de combien de tours arrête-t-on la partie ; que ce soit par la fortune ou par... la ruine?