

UE S3MATH01 – Algèbre linéaire 2

CM 24h TD 34h Innovant 8h

Crédits 6

Prérequis : UE Algèbre linéaire 1, la partie polynôme de l'UE cryptologie

Objectifs/compétences :

- Se servir aisément des bases de logiques pour organiser un raisonnement mathématique et rédiger de manière synthétique et rigoureuse.
- Résoudre des systèmes d'équations linéaires de façon exacte et par des méthodes numériques

Programmes :

- Groupe symétrique- Décomposition d'une permutation
- Formes multilinéaires
- Déterminants : construction en tant que forme multilinéaire alternée, propriétés utiles pour le calcul du déterminant
- Dualité en dimension finie : crochet de dualité, dual d'un espace vectoriel, base duale, bidual d'un espace vectoriel, sous espaces orthogonaux, transposée d'une application linéaire et lien avec le déterminant, propriétés particulières dans le cas des espaces de dimension finie.
- Réductions des endomorphismes : vecteurs propres, valeurs propres, polynôme caractéristique et polynôme minimal, diagonalisation, trigonalisation
- Matrices symétriques, normes matricielles.
- Résolution de systèmes linéaires :
 - Méthodes directe (Gauss) et itératives (Choleski, Gauss-Seidel, Jacobi)
 - Méthode du gradient conjugué.

Méthode d'enseignement : Les cinq premiers points du programme seront vu en cours classique (CM, TD) les deux derniers point seront traité en pédagogie innovante, le dernier de ceux ci étant traité en situation devant ordinateur : CM 4h et TP 8

UE S3MATH02 - Analyse 2

28h CM, 34h TD, 8h TD innovants

Crédits : 7 ECTS

Prérequis : UE Mathématiques du semestre 1 et UE Analyse 1

Objectifs/compétences :

Etre capable de trouver des équivalents et savoir les utiliser,
Comprendre la différence entre la continuité et la continuité uniforme,
Connaître les grandes lignes de la théorie de l'intégrale de Riemann,
Savoir étudier la convergence des séries numériques et des intégrales généralisées.

Programme :

- Equivalents,
- Continuité uniforme,
- Théorème fondamentale du calcul intégral (Si une fonction est continue alors $x \rightarrow \int_a^x f(t)dt$ est dérivable, de dérivée $f(x)$).
- intégrale de Riemann,
- Séries numériques, (produit de Cauchy), théorème d'Abel, séries alternées, majoration des restes
- Intégrales généralisées.

Méthode enseignement : Cours intégré - Cours inversé pour un chapitre

Travaux personnels de recherche

UE S3MATH03 - Géométrie 1

CM 14h TD 20h Innovant 4h

Crédits 4

Prérequis : Géométrie vue au lycée, UE Algèbre linéaire 1

Objectifs/compétences :

- Utiliser les propriétés algébriques, analytiques et géométriques des espaces \mathbb{R} , \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 et mettre en œuvre une intuition géométrique.
- Se servir aisément des bases de logiques pour organiser un raisonnement mathématique et rédiger de manière synthétique et rigoureuse.

Programmes :

- Espaces affines : définition, sous-espaces affines, dimension, intersection, sous-espace affine engendré, parallélisme, position relative de deux sous-espaces affines
- Géométrie analytique affine : repères cartésiens, équations d'hyperplans affines, de droites affines dans un plan, de plans et de droites dans un espace affine de dimension 3, changement de repère cartésien
- Barycentres : définition, théorème d'associativité, coordonnées barycentriques, équation barycentrique d'un hyperplan affine
- Applications affines : définitions et propriétés, caractérisation par les barycentres, translations et homothéties, projections, affinités et symétries
- Théorèmes classiques de la géométrie affine : Thalès, Ménélaüs, Céva, Pappus, Desargues.

Méthode d'enseignement : La plus grande partie du cours se fera sous forme classique (cours / TD) et une petite partie sera en pédagogie inversée.

UE S3MATH04– Fonctions de plusieurs variables

24h CM, 26h TD, 8h Innovants

Crédits 6 ECTS

Prérequis : UE Analyse 1

Objectifs/compétences :

Savoir reconnaître une norme, et savoir que toutes les normes sur un espace de dimension finie sont équivalentes.

Savoir étudier la continuité des fonctions de plusieurs variables réelles et à valeurs vectorielles.

Savoir vérifier si une telle fonction est de classe $C^{\{1\}}$.

Savoir étudier les dérivées directionnelles et les dérivées partielles.

Savoir étudier la différentiabilité d'une telle fonction.

Savoir faire les dérivations partielles composées de telles fonctions.

Savoir utiliser le théorème des accroissements finis pour de telles fonctions.

Savoir utiliser le théorème de Schwarz, la formule de Taylor d'ordre deux, et la matrice Hessienne pour de telles fonctions.

Savoir calculer des intégrales curvilignes.

Programmes :

- Normes dans $\mathbb{R}^{\{n\}}$, équivalence de toutes les normes dans $\mathbb{R}^{\{n\}}$.
- Fonctions de $\mathbb{R}^{\{n\}}$ dans $\mathbb{R}^{\{p\}}$, fonctions de classe $C^{\{1\}}$.
- Continuité, dérivées directionnelles, dérivées partielles, différentiabilité, dérivation partielles composées.
- Théorème des accroissements finis de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^p .
- Dérivées partielles d'ordre deux, et Théorème de Schwarz.
- Différentielles d'ordre deux.
- Formules de Taylor d'ordre deux pour les fonctions de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R} .
- Courbes paramétrées et calcul d'intégrales curviligne, longueur d'une courbe paramétrée.

Méthode d'enseignement : Cours magistraux et TDs

Innovation : La représentation graphique d'exemples de telles fonctions sur ordianateur.

UE S3MATH05 - Cryptologie

12 CM 14 TD (dont 6h innovantes) 4 TP (innovants)

Crédits : 3

Prérequis :

Bases de théorie des ensembles, d'analyse combinatoire et de dénombrement

Bases en structures algébriques : groupes, anneaux, corps, morphismes

Bases d'arithmétique : nombres premiers, divisibilité, théorèmes de Gauss, de Bezout

Objectifs/compétences :

Objectifs :

Acquisition des principes généraux de la cryptographie

Mise en œuvre de protocoles cryptographiques de base

Acquisition de quelques principes et méthodes de cryptanalyse

Renforcement des acquis en arithmétique de base, acquisition de la notion de polynôme et premiers exemples de structure quotient

Mobiliser des connaissances en algèbre de base pour les mettre en œuvre d'un point de vue pratique dans le domaine de la cryptographie

Compétences travaillées :

Utiliser des logiciels de calcul formel et scientifique

Écrire et mettre en œuvre des algorithmes de base

Traduire un problème simple en langage mathématique.

Travailler en équipe autant qu'en autonomie et responsabilité au service d'un projet

Programmes :

Généralités (Histoire, contexte actuel, exemples d'utilisation ...)

Méthodes élémentaires (chiffre de César, chiffrement par permutation, chiffre de Vigenère ...)

Formalisation de la cryptographie (crypto-systèmes), chiffrements mono et poly-alphabétique, formalisation de la cryptanalyse et exemples (tables de fréquences, Kasiski ...)

Rappels et approfondissements d'algèbre : polynômes, relations d'équivalence, groupes anneaux et corps, arithmétique des entiers et des polynômes, exemples de structures quotients $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et $\mathbb{F}_p[X]/(P)$.

Cryptographie à clé publique: principe, exemple avec le problème de factorisation (RSA) ou du logarithme discret (Diffie-Hellman, El-Gamal).

Approfondissements parmi : signature, DES, AES.

Algorithmique et cryptanalyse : implémentation effective d'outils permettant de casser des messages cryptés avec des méthodes mono ou poly-alphabétique (ex : chiffre de Vigenère)

Méthode d'enseignement :

Les CM et les TD classiques seront intégrés.

Certaines parties se feront en classe inversée.

Les TD et les TP innovants se réaliseront à travers du travail en groupes et des séances en salle informatique.

UE S4MATH04 Probabilités 1

CM TD

Crédits

Prérequis :

Probabilités du lycée. Analyse de L1. Séries, intégrales généralisées et dépendant d'un paramètre.

Objectifs/compétences :

Manipuler le raisonnement probabiliste (événements, conditionnement)

Maîtriser la notion de variable aléatoire

Connaître les principales lois discrètes et continues

Programmes :

- Univers probabiliste, événements, lois de probabilité sur un univers
- Indépendance, probabilités conditionnelles, formule de Bayes
- Variables aléatoires discrètes et continues. Notion d'espérance et de variance
- Lois discrètes usuelles : uniforme, binomiale, géométrique, hypergéométrique, Poisson
- Lois continues usuelles : uniforme, normale, exponentielle...
- Similitudes discret/continu
- Générateurs de nombres aléatoires et méthodes de simulation de variables

Méthode d'enseignement : Cours intégré, TP de simulation numérique

UE S4MATH02 – Analyse 3

32h CM, 50h TD,

Crédits 8 ECTS

Prérequis : UE Analyse 1 et 2

Objectifs/compétences :

Savoir déterminer la nature d'une série (convergence ou non)

Savoir déterminer la nature d'une série de fonctions.

Savoir les conditions pour que la somme d'une série de fonctions soit continue.

Savoir les conditions pour intégrer terme à terme une série de fonctions.

Savoir les conditions pour dériver terme à terme une série de fonctions.

Savoir les conditions pour approcher une fonction par un polynôme.

Savoir déterminer le rayon et le domaine de convergence d'une série entière.

Savoir développer une fonction en série entières.

Savoir chercher une solution sous forme de série entière d'une EDO.

Savoir développer une fonction en séries de Fourier.

Savoir étudier des intégrales dépendant d'un paramètre.

Programmes :

- Séries et séries de fonctions, convergence simple, normale, uniforme

- Théorème d'approximation de Weierstrass.

- Séries entières.

- Séries de Fourier.

- Intégrales dépendant d'un paramètre.

Méthode d'enseignement : Cours magistral et des TDs.

UE S4MATH03 Géométrie 2

12 CM 20 TD

Crédits

Prérequis : Géométrie 1, UE Outils Mathématiques

Objectifs/compétences : l'objectif est de développer la capacité de raisonner des étudiants, nous utiliserons pour cela, en particulier, la géométrie du triangle.

Programmes :

- Géométrie du triangle
- Emploi des nombres complexes en géométrie,
- groupe circulaire, homographies
- Polygones réguliers

Méthode d'enseignement : par exemple un cours magistral et des TDs, une méthode innovante , du cours intégré

Une grande partie de l'étude des polygones réguliers sera faite en cours intégré.

UE S4MATH05 Problèmes Ouverts

2 CM 28 TP

Crédits

Prérequis :

Un bac scientifique

Objectifs/compétences : Ouvrir les étudiants aux problématiques de la recherche en mathématique. On acquerra la capacité d'étudier une question et de trouver des solutions par soi-même.

Programmes :

Il n'y a pas de programme

Méthode d'enseignement : par exemple un cours magistral et des TDs, une méthode innovante , du cours intégré

Le premier matin, il y aura un cours de 2 heures pour expliquer ce qu'est la recherche en mathématique et ce que l'on attend des étudiants dans cette UE. Au cours de ces 2 heures une série de problèmes seront présentés. Il s'agira de problèmes que l'on peut comprendre sans aucune connaissance mathématique de plus que celle acquises lors d'un bac scientifique. Puis, les étudiants seront répartis en groupes pour travailler sur ces problèmes et essayer de les résoudre. Ils prépareront un exposé pour le 3^{ème} après-midi. Ils seront notés sur toute la durée des 3 jours de stage.

UE S4MATH01 - Algèbre bilinéaire

CM 24h TD 38h

Crédits 6

Prérequis :

Algèbre linéaire

Objectifs/compétences :

Etude des bases de la géométrie euclidienne et de la géométrie hermitienne : formes bilinéaires symétriques et formes sesquilinéaires hermitiennes, produit scalaire, adjoint d'un endomorphisme, application à la classification des coniques et des quadriques.

A la fin du semestre, l'étudiant

- connaîtra les bases de la géométrie euclidienne et hermitienne
- pourra identifier les divers types de coniques en fonction de leurs équations

Programmes :

Formes bilinéaires symétriques, formes quadratiques

- Formes sesquilinéaires hermitiennes
- Espaces euclidiens, hermitiens
- Normes euclidiennes
- Classification des isométries en dimension 2 et 3.